

なぜ材料力学を学ぶのか

構造物, 製品の設計, 保守

1) 構造設計と機能設計

2) 材料選択⇒強度設計⇒生産設計
剛性設計

3) 保守点検⇒修理計画: 持続的社会的のために重要

材料力学＝構造設計, 強度設計, 安全保持に必要な学問

1.1材料力学の概念と目的

材料力学Strength of Materials

①材料の強さ, ②変形・破壊に対する抵抗

を論じる学問

機械構造物

①強度, ②十分な剛性, ③安定



構造物に外力が働いたときに

1) 大きな変形や破壊を生じないためにはどのような大きさ, 形状にすれば良いか

2) 破壊しないで安全にかつ経済的に使用し得る最適な寸法を決定したい＝設計

これを実現するための力学的方法を求める学問が材力
(p1, L5-7)

安全＝短時間, 長時間

材料力学＝構造設計，強度設計に必要な学問

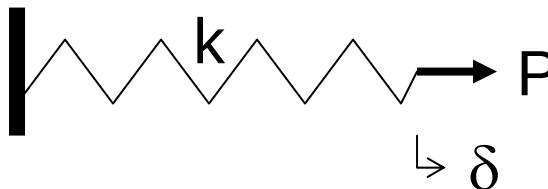
一般の力学＝物体に力が働いたときの外的な効果
運動

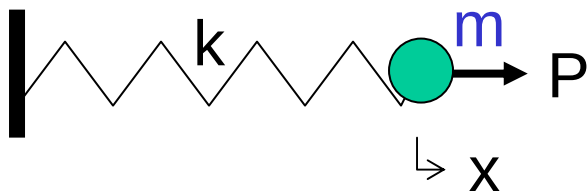
材料力学＝内部の応力⇔破壊

内部の変形とその積分値としての巨視的変形

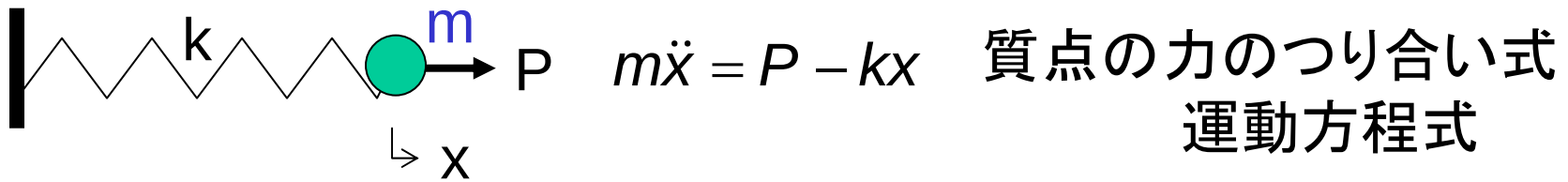
一般の力学(質点系)

Hooke's law

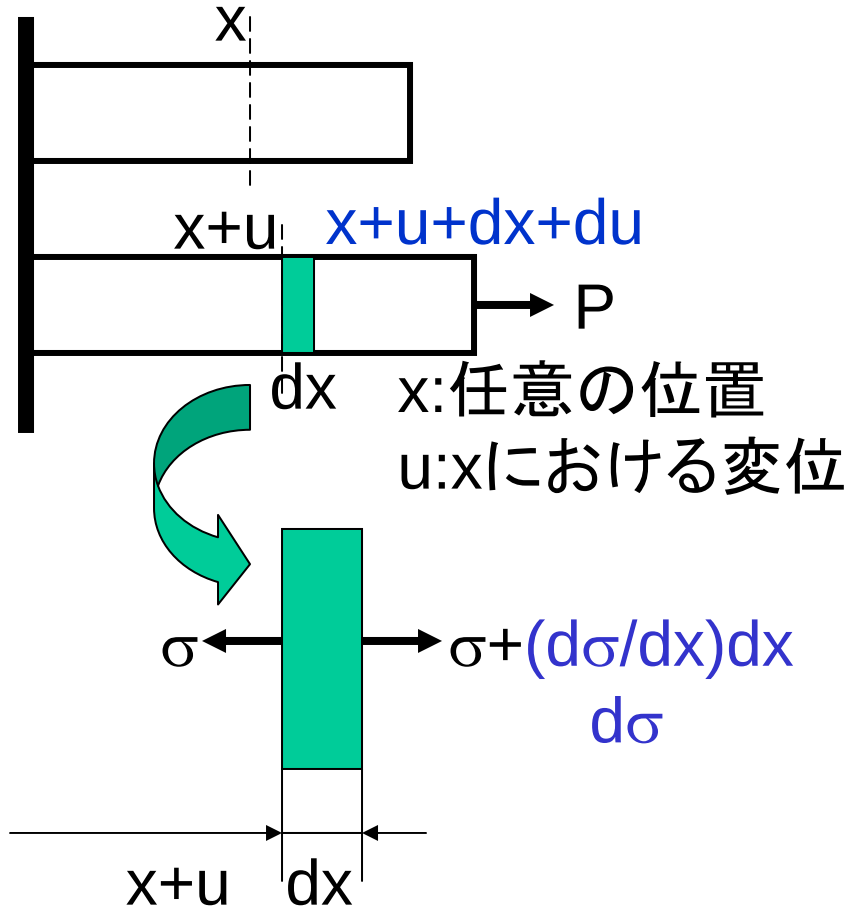

$$P = k\delta \quad (1.1)$$


$$m\ddot{x} = P - kx \quad (1.3)$$

質点の力のつり合い式
運動方程式



材料力学のイメージ



棒の微小部分の運動方程式

$$(\rho A dx) \frac{d^2(x+u)}{dt^2} = A d\sigma \quad (1.4)$$

Aを入れるほうが
わかりやすい

$$\rho \frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{d\sigma}{dx} \quad (1.5)$$

内力は単位長さあたりの変形量
に比例 $\sigma = E \frac{du}{dx} \quad (1.6)$

$$\rho \frac{d^2 u}{dt^2} = E \frac{d^2 u}{dx^2} \quad (1.7)$$

σ : 単位面積あたりの内力, A : 断面積, ρ : 棒の密度

材料力学

「外力の作用下で変形する物体に関して
内力と変形の関係を求める」

(p2, L2 from bottom)

1. 2材料力学における基本的な考え方(p3)

重要な仮定(1)～(4)

(1)連続体: 原子・分子のオーダーまでは細部に見ない

(2)等方性: 例えば金属では結晶は微小でその複合体である
物体では平均化され物性は方位に依存しない

(3)変形は微小であり力と変形の関係は線形

(4)微小変形 > 力と変形の関係は重ねあわせが成立

木材, 生体材料等, 基本的な仮定から外れる例も多数ある

おおまかにとらえて, 力と変形の関係のエッセンスだけを抽出

材料力学

1) 機械構造物を基本的な形状の要素に分解

||

棒, はり, 軸, 板, 柱, 円筒, 球

2) 変形状態を単純化する＝仮定

||

簡単な微分方程式を解く問題に帰着

注意: 解こうとする問題が単純化の仮定の範囲内か常にチェック!

力をかける点: 集中荷重(理想化・単純化している)

弾性体＝拡がりを持った連続体

外力による変形---複雑な内力, 微分方程式
=> 弾性力学

固体の変形(p3下)

弾性力学elasticity: 外力を除くと元に戻る

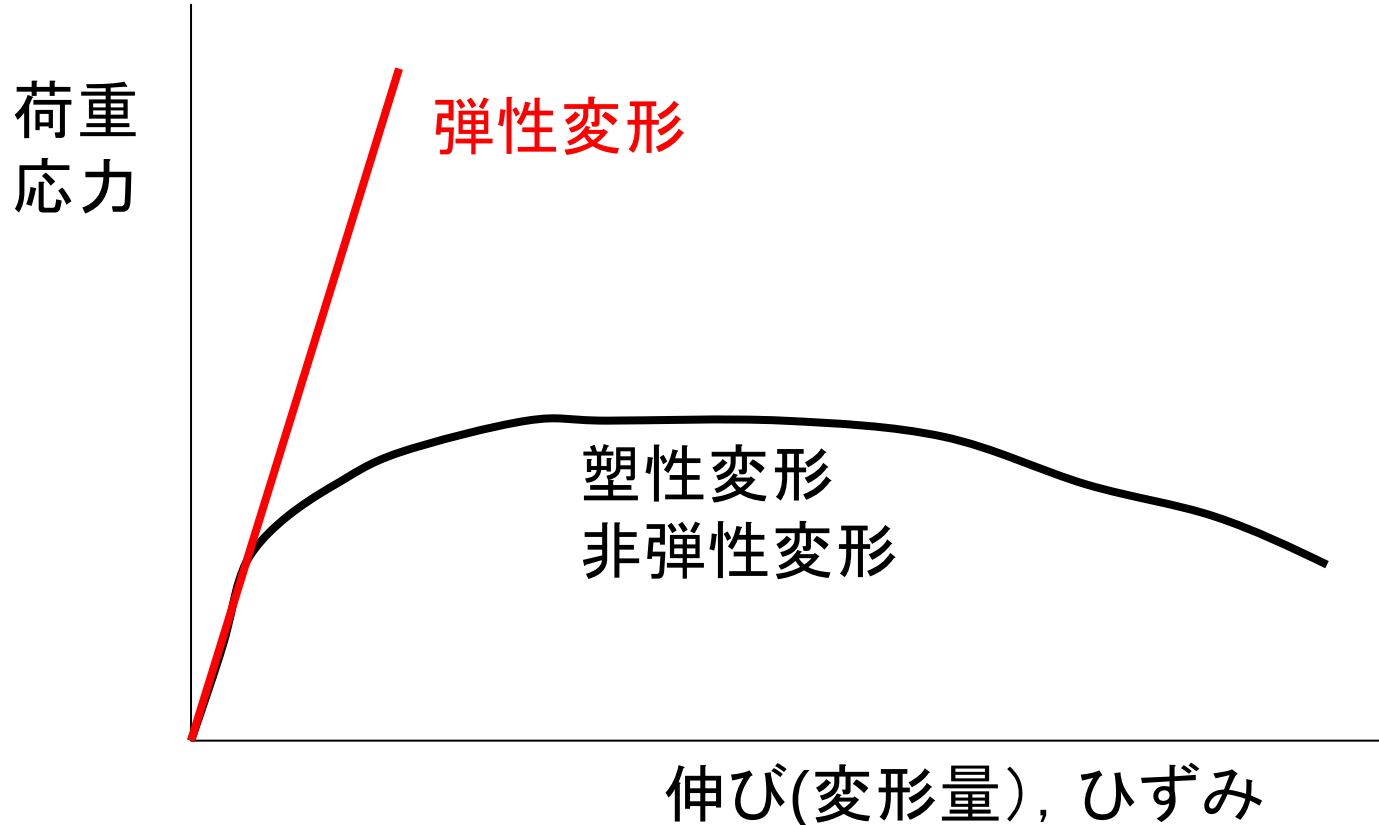
(弾性変形)

通常はこの範囲で設計する

塑性力学plasticity: 残留変形が残る

(塑性変形)

広義の
材料力学



1. 3 外力と内力の分類(p4)

(a)外力(あるいは荷重)－1)表面力 2)物体力

集中荷重と分布荷重【図1.1】

静荷重, 動荷重(繰返し荷重, 衝撃荷重)【図1.2】

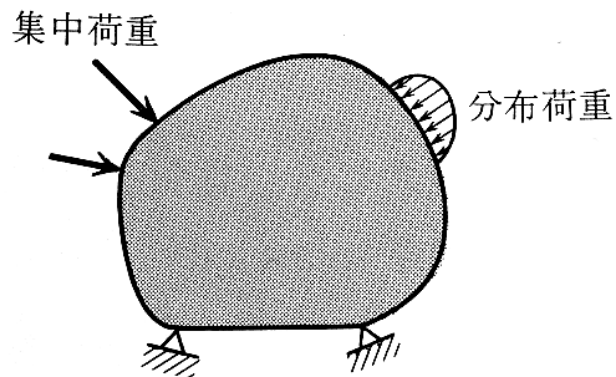


図 1.1 集中荷重と分布荷重

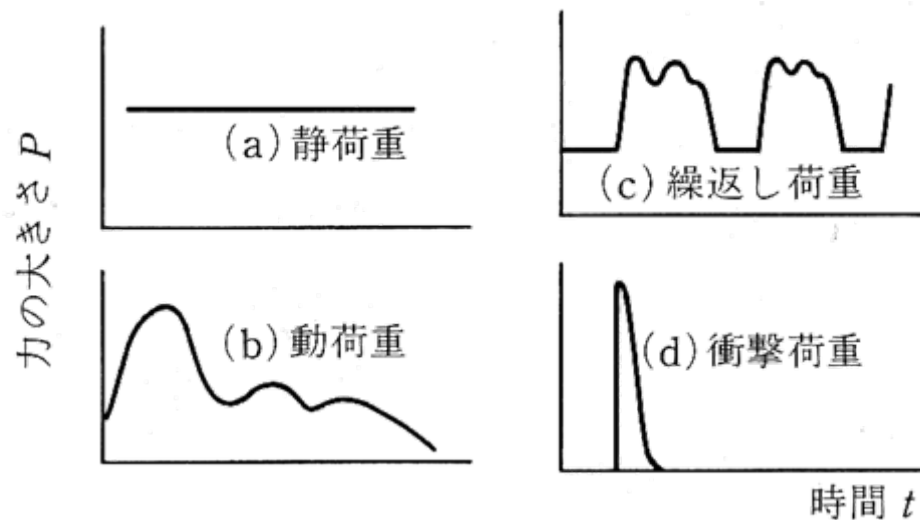


図 1.2 静荷重と動荷重

(b)表面力(外力)ー軸力, せん断力, 横荷重【図1.3】

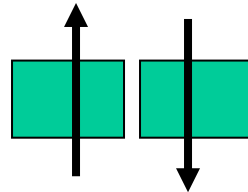
モーメント(曲げ, ねじり)

正負に注意-通常は右ねじの向きを正

ペアに分解ー作用位置には関係しない

はりの曲げのモーメントの正負は別の決め方

せん断力の
正の方向(p40)



(c)力の性質

ベクトル,

外力は作用線上を移動できる

力はベクトルの合成と分解

物体に力を作用>反力が生じる

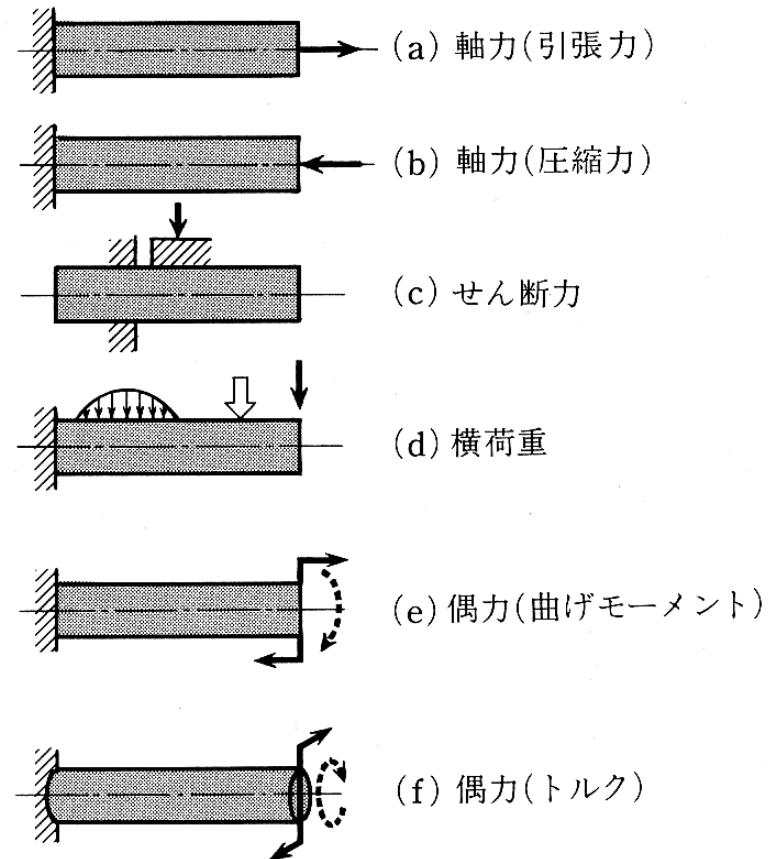
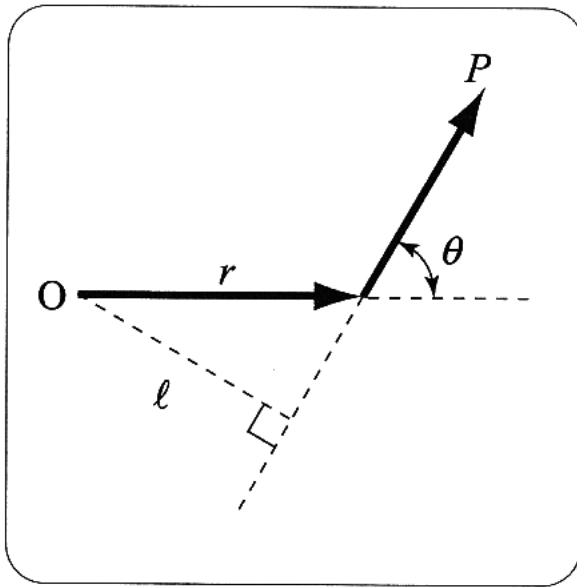


図 1.3 要素に作用する外力の名称



モーメントはベクトル量
基準点Oについて
力ベクトル P と距離ベクトル r の外積

$$M = r \times P$$

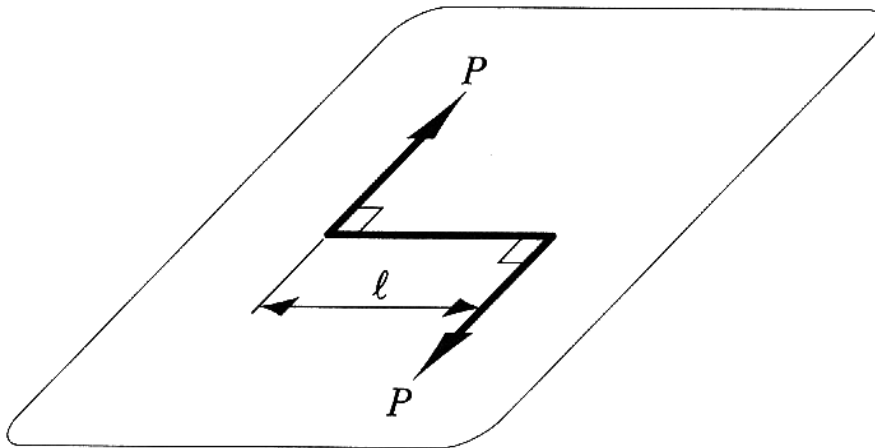
モーメントの大きさ

$$M = Pr \sin \theta = P\ell$$

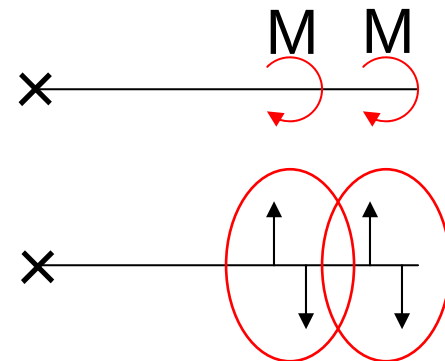
補足図 モーメント

偶力: 同一作用線上になく大きさが
等しく向きが反対な二つの力

偶力によるモーメントの大きさは
基準点に関係しない



補足図 偶力



材料力学:「外力の作用下で変形する物体に関して 内力と変形の関係を求める」

(d)内力internal forceは切断法により求める【図1.4】

断面中心に作用する合力ベクトル T と

合モーメントベクトル M に代表させる

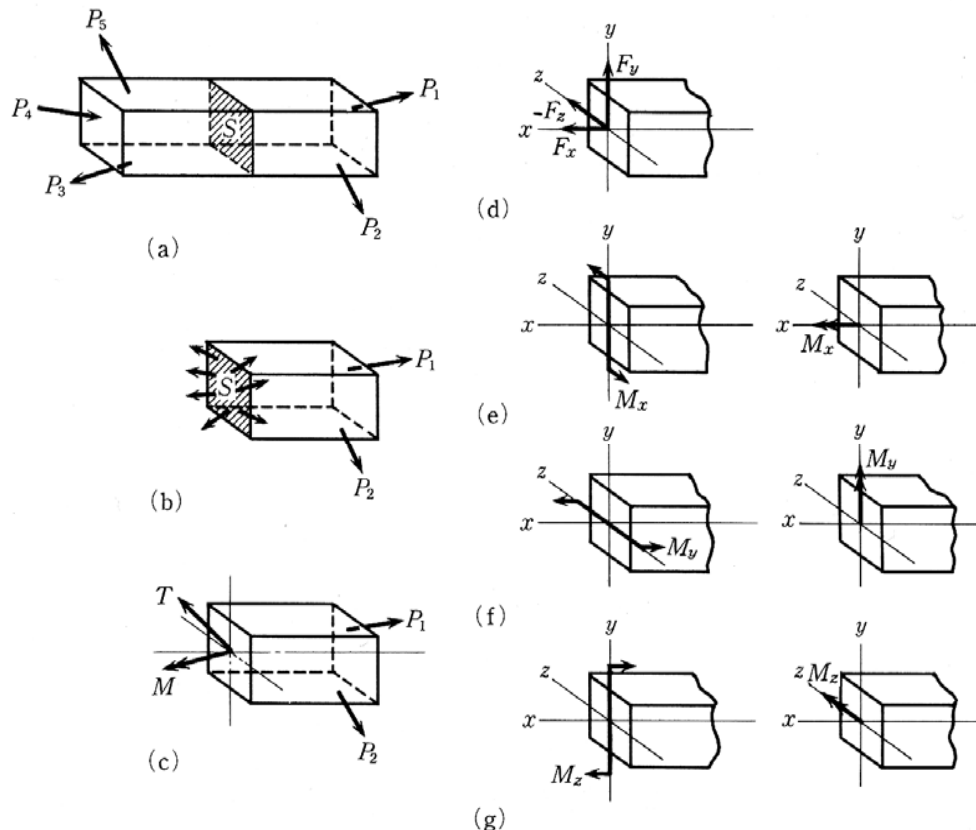


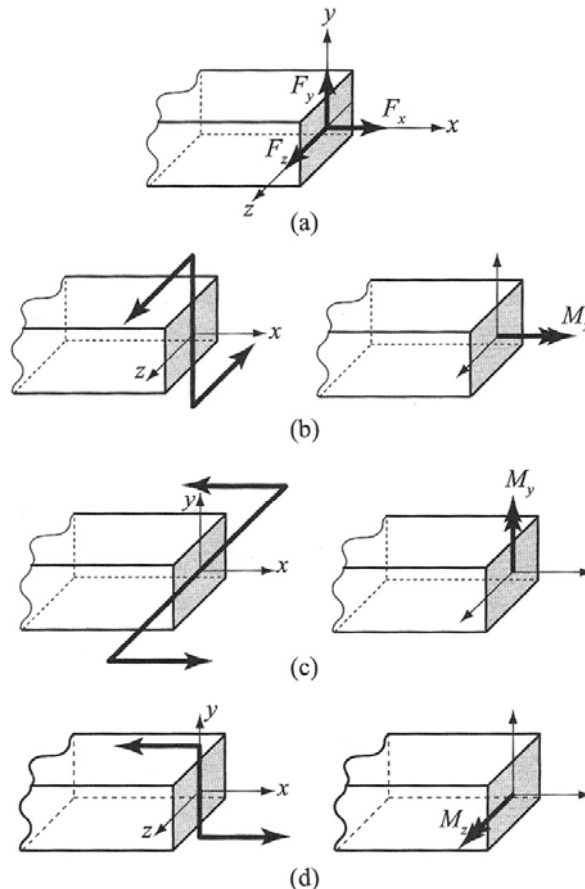
図 1.4 内力の定め方

P7, 図1.4 内力の符号について

軸力 F_x , せん断力 F_y, F_z : 各軸の正の向きが正

ねじりモーメント M_x ,

曲げモーメント M_y, M_z : 各軸の右ねじの向きが正



ねじりモーメント

モーメントの方向が軸線と一致

曲げモーメント

モーメントの方向が断面内

補足図

合力ベクトルおよび合モーメントベクトルの成分

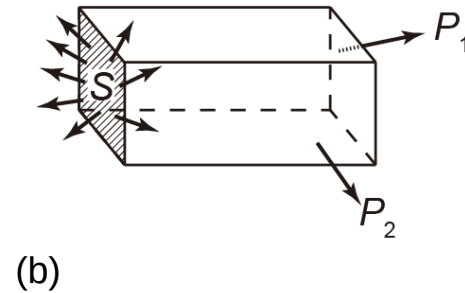
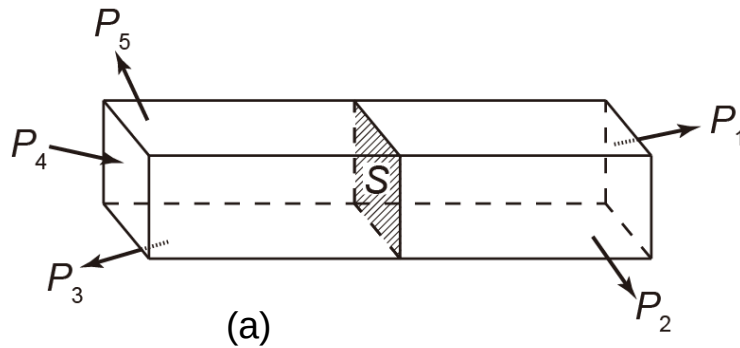
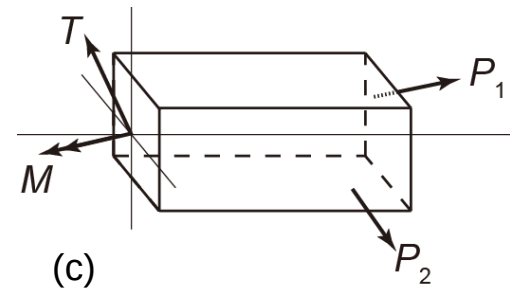


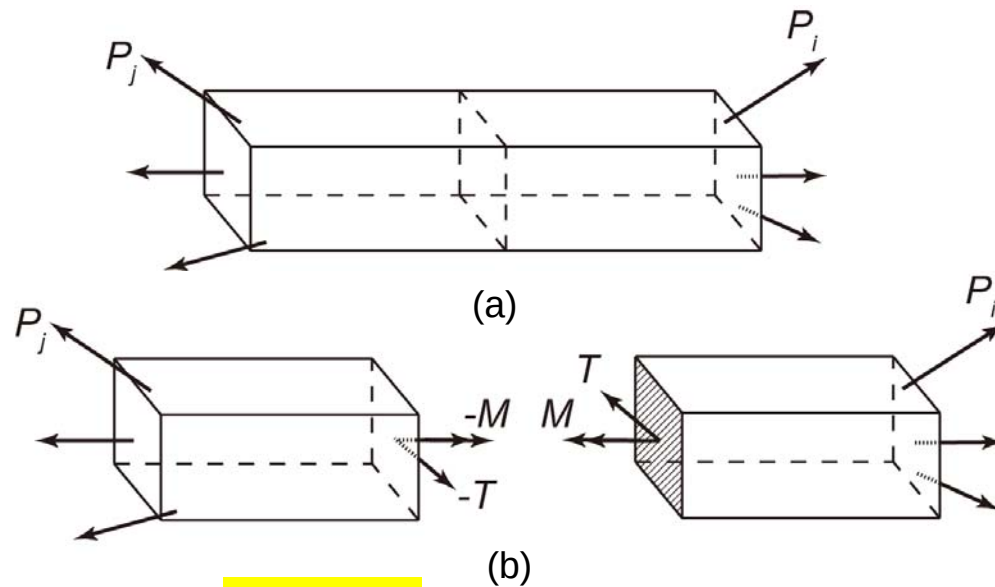
図 1.4 内力の定め方

$$\begin{aligned} T + \sum P_i &= 0 \\ M + \sum r_i \times P_i &= 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$



切断法＞右側の切断物体を考えるととき
 内力(合力ベクトルTと合モーメントベクトルM)は
 右側の切断物体に対して断面Sに作用する

左側の切断物体に対して断面Sに作用する内力はどうなるのか？
 ⇒右側の切断物体に対して断面Sに作用する内力と逆になる



補足図 内力の求め方

右側の切断物体に対して $T + \sum P_i = 0$ (i)

左側の切断物体に対して $-T + \sum P_j = 0$ (ii)

左側の切断物体の切断面での内力は(i)式を変形して

$$-T = -\sum P_j = \sum P_i \quad (\text{iii})$$

例題1.1は結局(iii)式を用いて解いている

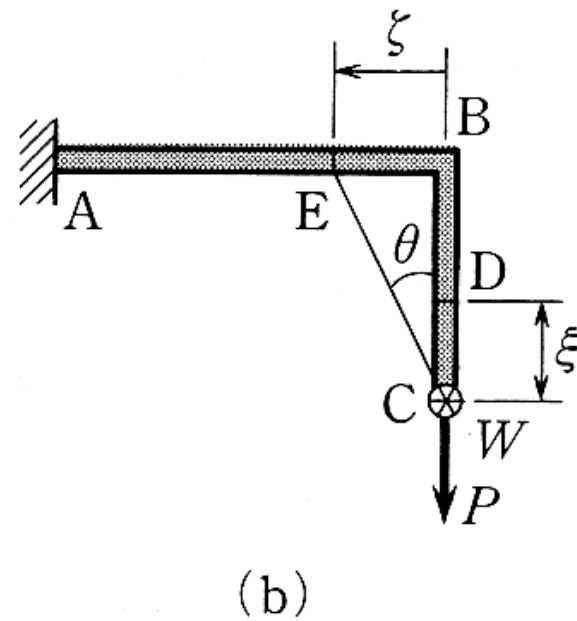
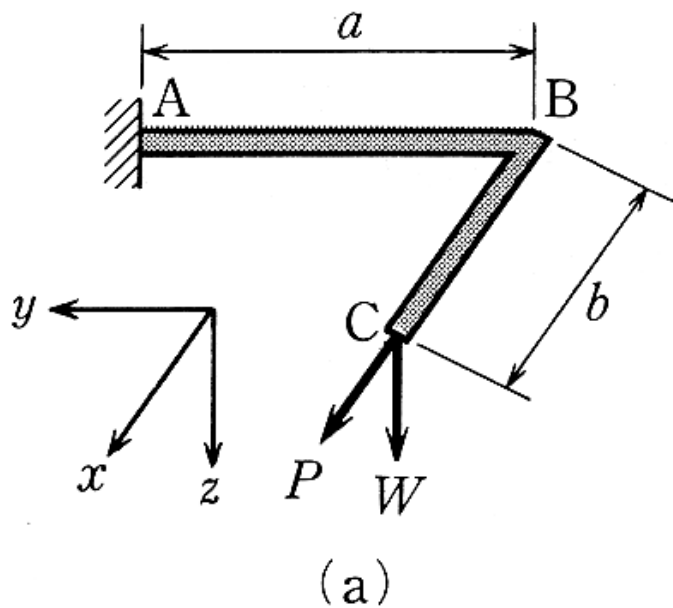


図 1.5 例題 1.1

求めているのは
 断面Dについて、B側の切断物体の内力
 断面Eについて、A側の切断物体の内力

$$-T = -\sum P_j = \sum P_i \quad (\text{iii})$$

(e)内力としての力・モーメントのつりあい

$$\begin{array}{ll} \text{力のつりあい} & T + \sum P_i = 0 \\ \text{モーメントのつりあい} & M + \sum r_i \times P_i = 0 \end{array} \quad (1.8)$$

【例題1.1】

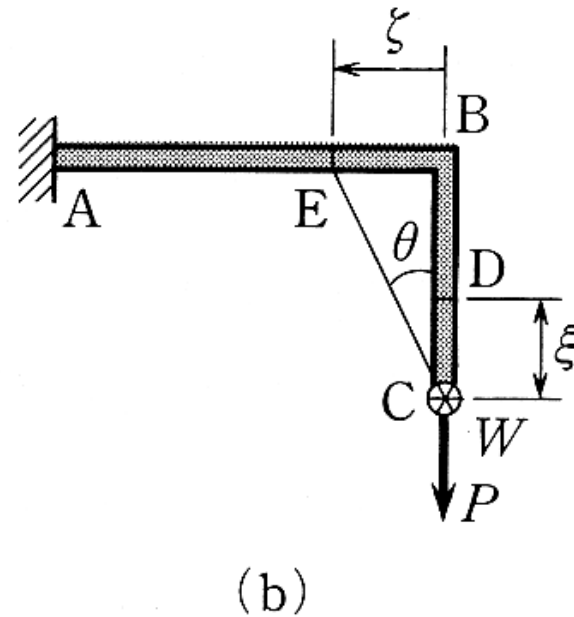
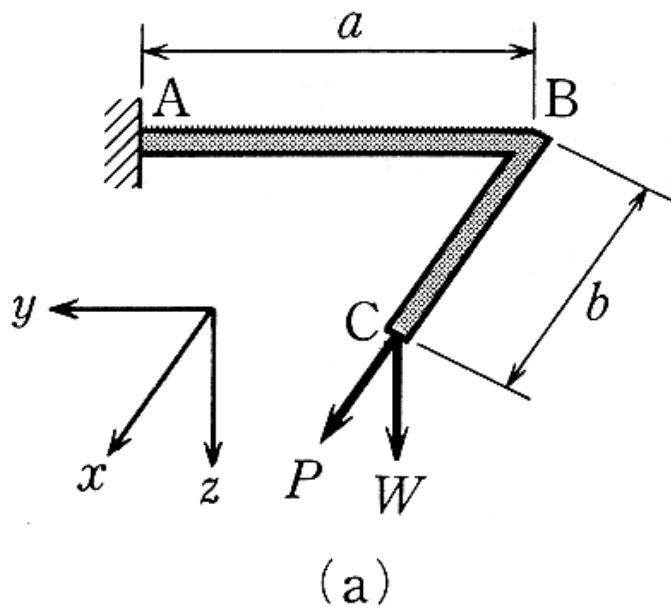


図 1.5 例題 1.1

1.4 応力 stress (p9-10)

単位面積あたりの内力の値

垂直応力 σ , せん断応力 τ

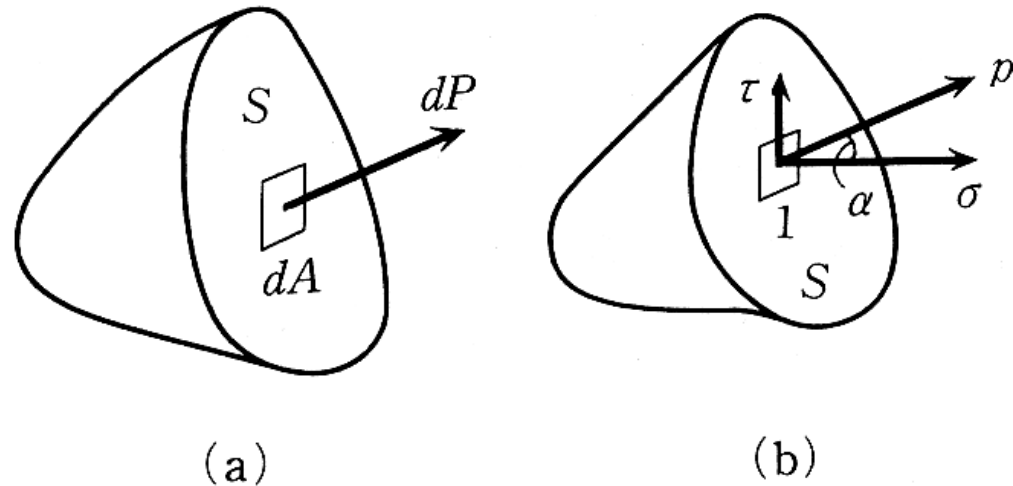


図 1.6 応 力

P10なかほど

応力(ベクトル)は考えている面に固有のもの

断面を指定しないと定義されない

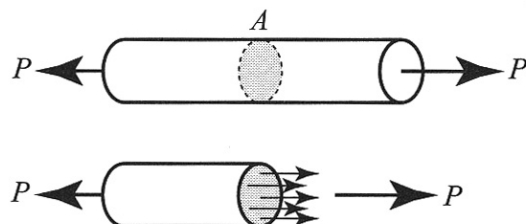
応力ベクトルという表現は誤解を招く

数学的には2階のテンソル (6章p126図6.3)

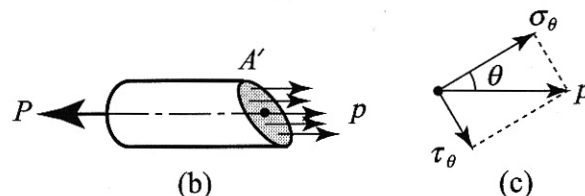
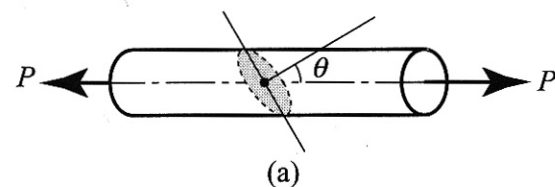
数学的にはベクトルは1階のテンソルと定義される

具体的数式表現は2章ですぐ出てくる

応力の定義の補足説明



補足図 垂直断面に働く応力



補足図 斜め断面に働く応力

垂直断面のとき応力ベクトル p は $p = \frac{P}{A}$, $p = \sigma + \tau$

応力の大きさ(スカラー) $\sigma = p = \frac{P}{A}$, $\tau = 0$

斜め断面のとき $p = \frac{P}{A / \cos \theta}$, $p = \sigma + \tau$

応力の大きさ $\sigma_{\theta} = p \cos \theta = \frac{P}{A} \cos^2 \theta$, $\tau_{\theta} = p \sin \theta = \frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta$

応力は2階のテンソルであってベクトルではない