やさしく解説するバージョン
石田・秋田「ビジュアルアプローチ　材料力学」，森北出版(2011)

### 1.1.3 ▶ 偶力のモーメント

図 1.5 のように，上手にコマを回すと，コマは並進運動せずに回転し始める．これは，大きさが等しく，向きが逆で作用線が平行する二つの力が同時に作用したことによる．このような二つの力の組を**偶力**(couple) という．偶力は，物体の任意の点に関して等しいモーメントを作るという重要な性質をもつ．

図 1.6 のように，長方形の物体に作用する偶力の作るモーメントを求めてみよ

図1.5　偶力を受けるコマ

### 1.1.4 ▶ 偶力と力の置き換え

二次元の場合

図 1.7(a) のように点 A に力 $F$ がはたらいている．いま，図(b) のように，力 $F$ の作用線から $a$ だけ離れた点 B に，力 $F$ に平行で大きさが $F$ と等しく互いに逆向きの力を作用させる．点 B にはたらく合力は 0 なので，図(a) と図(b) の力の状態は同じである．ところが，点 A の上向きの力➡と点 B の下向きの力➡は偶力の関係にあり，そのモーメントの大きさは $Fa$ である．したがって，点 A にはたらく力 $F$ のはたらきは，図(c) のように，点 B の上向きの力 $F$ ➡と偶力のモーメント $Fa$ ↻が同時にはたらいたときと同じことになる．このように，偶力の性質を用いると，力を置き換えることができる．

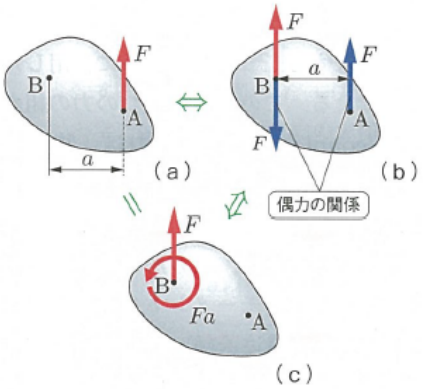



図1.7　力の置き換え

### 1.2.1 ▶ 力とモーメントのつり合い条件

図 1.8 (a) のように，静止した物体に力が作用すると物体は並進運動するが，図(b) のように，逆向きの同じ大きさの力が作用すれば受けた力の合力が 0 となり，物体は静止する．

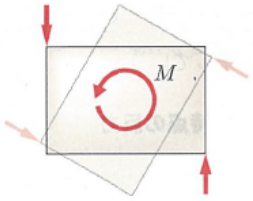
また，図 1.9 (a) のように，静止した物体に偶力のモーメント $M$ が作用すると物体は回転運動するが，図 (b) のように，受けたモーメントの合計がゼロであれば，物体は静止し続ける．

このように，物体が並進運動も回転運動もせずに静止を保ち続ける状態を静力学的なつり合い状態といい，それを実現する条件を静力学的なつり合い条件という．静力学的なつり合い条件のうち，物体を並進運動させないための条件を力の

（a）静止した物体に力を作用させると物体は並進運動する

（b）合力がゼロであれば物体は静止し続ける

図1.8　並進運動とつり合い

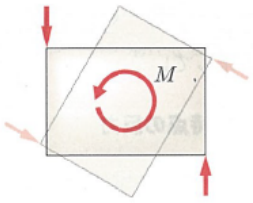



（a）静止した物体に偶力のモーメントを作用させると物体は回転運動する

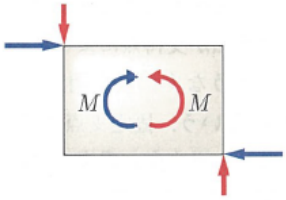
であれば，物体は静止し続ける．

このように，物体が並進運動も回転運動もせずに静止を保ち続ける状態を静力学的なつり合い状態といい，それを実現する条件を静力学的なつり合い条件という．静力学的なつり合い条件のうち，物体を並進運動させないための条件を力のつり合い条件，物体を回転運動させないための条件をモーメントのつり合い条件という．

図 1.10 のように，物体に大きさ $F_1$，$F_2$ の二つの力と，大きさ $M_1$ の偶力のモーメントが作用した場合の静力学的なつり合い条件を求めてみよう．二つの力のベクトルの $x$，$y$ 成分を求めると，それぞれ




（a）静止した物体に偶力のモーメントを作用させると物体は回転運動する




（b）モーメントの合計がゼロであれば物体は静止し続ける

図1.9　回転運動とつり合い

図 1.10 のように，物体に大きさ $F_1$，$F_2$ の二つの力と，大きさ $M_1$ の偶力のモーメントが作用した場合の静力学的なつり合い条件を求めてみよう．二つの力のベクトルの $x$，$y$ 成分を求めると，それぞれ

$$\begin{bmatrix} F_1\cos\theta_1 \\ F_1\sin\theta_1 \end{bmatrix},\quad \begin{bmatrix} F_2\cos\theta_2 \\ F_2\sin\theta_2 \end{bmatrix}$$

となる．物体が並進運動しないための条件は，座標方向の成分ごとの和がゼロであればよいので，

$$F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 = 0$$

（$x$ 方向の力のつり合い）

$$F_1\sin\theta_1 + F_2\sin\theta_2 = 0$$

（$y$ 方向の力のつり合い）

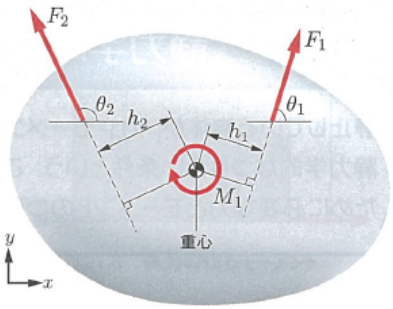



図1.10　力とモーメントのつり合い

と表される．一方，物体が回転しないための条件は，モーメントの合計がゼロになればよい．この場合，二つの力が重心まわりにつくるモーメントは反時計回りに $F_1h_1$，$-F_2h_2$ なので，偶力のモーメント $M_1$


あればよいので，

$$F_1\cos\theta_1 + F_2\cos\theta_2 = 0$$

（$x$ 方向の力のつり合い）

$$F_1\sin\theta_1 + F_2\sin\theta_2 = 0$$

（$y$ 方向の力のつり合い）

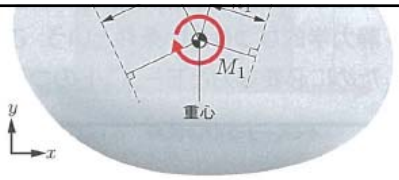



図1.10　力とモーメントのつり合い

と表される．一方，物体が回転しないための条件は，モーメントの合計がゼロになればよい．この場合，二つの力が重心まわりにつくるモーメントは反時計回りに $F_1h_1$，$-F_2h_2$ なので，偶力のモーメント $M_1$


も含めて

$$F_1h_1 - F_2h_2 - M_1 = 0$$

が成立すればよい．

さらに多くの力やモーメントが作用する場合も，同様の考えた方で静力学的なつり合い条件を

$$\sum F_x = 0,\quad \sum F_y = 0,\quad \sum M = 0$$

二次元の場合

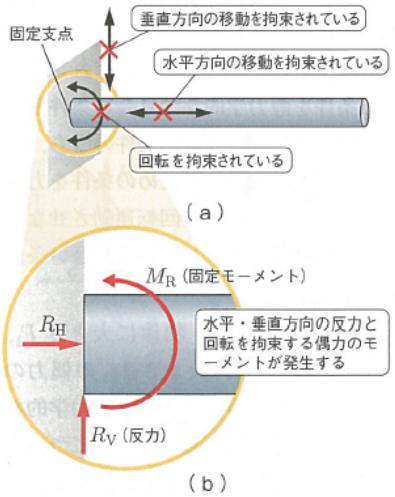
と表すことができる．ここで，$F_x$，$F_y$ は力の $x$，$y$ 方向の成分を，$M$ は力のモーメントを表しており，$\Sigma$ は物体に作用するすべての力やそのモーメントの総和をとることを意味している．

固定支点　垂直方向の移動を拘束されている

ことを意味している．

### 1.2.2 ▶ 支持点の反力

図 1.11 のような壁に設置された棒を考えてみよう．棒は壁に完全に固定されていると考えると，図(a)のように，棒の水平方向と垂直方向の移動および支点まわりの回転が支持点によって拘束される．このような支持点を**固定支点**(**クランプ支点**)という．固定支点には，図(b)のように，水平方向と垂直方向の並進運動を拘束するような反力 $R_H$，$R_V$ と回転運動を拘束するような固定モーメント $M_R$ が発生する．




材料力学では，力を受けても自らの位置を保つように何らかの**支持点**(support)に固定された物体を考える．物体の支持点には，その点の物体の移動を拘束するような**拘束力**(constraint force)が作用する．一般に，これを**反力**(reaction force)という．物体に作用する反力以外の力(重力など)を，**荷重**(load)という．

簡単な問題であれば，反力は荷重との静力学的なつり合い条件から求められる(支

**POINT**

力学で学んだように，モーメントのつり合い条件は，物体のどこかの一点について成り立てば，任意の点について成り立つので，もっとも式が簡単になるような点についてつり合い条件を考えるのが普通である．

数学的にきちっと説明されていない

京大生として力学体系をきちっと理解して欲しいバージョン
全学共通科目の教科書，参考書のレベル
原島鮮「質点系・剛体の力学(改訂版)」
基礎物理学選書3，裳華房(1995)
4月にプリント配布済み